Semaine précédente : réduction des endomorphismes

- Applications et exemples (et compléments) : puissances de A (avec réduction et avec polynôme annulateur), commutant d'un endomorphisme diagonalisable, étude des matrices compagnons (polynôme caractéristique, diagonalisabilité)
- Trigonalisation : définition. L'endomorphisme (ou la matrice) est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé. Exemple de trigonalisation sur une matrice de taille 3.

Suites et séries de fonctions

Pour l'instant, on ne s'intéresse qu'au cas des fonctions définies sur $A \subset \mathbb{R}$, à valeurs réelles ou complexes.

- Différentes convergences pour les suites de fonctions : simple, uniforme, uniforme sur les segments.
- Continuité (en a, sur A), intégration sur un segment, suite des primitives s'annulant en a, dérivation et dérivée d'ordre k. Théorème de la double limite.
- Révisions : théorème de convergence dominée.
- Cas des séries de fonctions. Convergence normale. Adaptation des théorèmes sur les suites de fonctions.
- Intégration : cv uniforme sur un segment, théorème d'intégration terme à terme avec $\sum \int_I |f_n|$ convergente et théorème de convergence dominée sur la suite des sommes partielles.
- Techniques : recherche de limites au bord (cas de limites infinies), recherche d'équivalent.

Questions de cours

1/ f est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé.

2/ Continuité de la limite uniforme d'une suite de fonctions continue en a.

3/ Convergence uniforme sur les segments de la suite des primitives s'annulant en a d'une suite de fonctions continues qui converge uniformément sur les segments.

4/ Différents types de convergences pour les séries de fonctions. Liens entre ces convergences (avec démonstration).

5/ Étude sommaire de la fonction ζ (définition, classe $\mathscr{C}^1$, limite en $+\infty$ et éventuellement équivalent en 1).

6/ Étude de la fonction ζ alternée $\theta : s \mapsto \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^s}$: continuité et dérivabilité sur $\mathbb{R}_+^*$.