Les compléments sont des exemples/exercices importants qu'on a vu mais hors programme.

Séries numériques : Révisions et compléments

Séries numériques

- définitions, propriétés générales, séries télescopiques, lien suites-séries.
- Séries à termes positifs :
  - ◇ critères de comparaison (majoration, domination, équivalent)
  - ◇ séries géométriques, séries de Riemann, règles de Riemann. Séries de Bertrand (hors programme).
  - ◇ Comparaison à une série géométrique, règle de d'Alembert.
  - ◇ Comparaison série-intégrale. Diverses utilisations pour trouver des encadrements/équivalents de restes/sommes partielles
  - ◇ Série harmonique : $H_n = \ln n + \gamma + o(1)$.
- Sommation des relations de comparaison (o, O, ∼ entre deux séries dont la seconde est à termes positifs) pour les sommes partielles/restes. Utilisations pour déterminer des dév. asymptotiques de suites.
- Séries quelconques : absolue convergence, théorème des séries alternées (avec majoration et signe du reste). Développement asymptotique du terme général.
- Produit de Cauchy et exponentielle complexe.
- *Compléments :* critère de Raabe-Duhamel, comparaison série-intégrale sous la forme $\sum \left(f(n) - \int_n^{n+1} f(t)\mathrm{d}t \right)$ converge (avec f décroissante minorée), transformation d'Abel et utilisation

Semaine précédente : Révisions et compléments sur les matrices

- Révisions générales sur les opérations, base canonique, produits $E_{ij}E_{kl}$, trace....
- Lien avec l'algèbre linéaire, matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, changement de bases.
- Matrices équivalentes (et caractérisation par le rang, équivalence à J_r), matrices semblables. Méthodes pour montrer que des matrices sont semblables / pour déterminer une base dans laquelle la matrice d'un endomorphisme à une certaines formes.
- Opérations par blocs (combinaisons linéaires, produit, rang, déterminant), interprétation de la stabilité. Matrices d'opérations élémentaires et applications.

Questions de cours

1/ Comparaison à une série géométrique et règle de d'Alembert.

2/ Démonstration de $H_n = \ln n + \gamma + o(1)$ où $H_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$.

3/ Démonstration de la sommation des o : cas d'une comparaison à une série convergente.

4/ Démonstration de la sommation des o : cas d'une comparaison à une série divergente.

5/ Théorème des séries alternées. Majoration et signe du reste.

6/ Propriétés de la trace (linéarité, produit, matrices semblables)

7/ Changement de bases : matrice de passage, démonstration de $X = PX'$ et de $B = Q^{-1}AP$.

8/ Toute matrice de rang r est équivalente à J_r. Application : rang de $\begin{pmatrix} A & (0) \\ (0) & B \end{pmatrix}$.

9/ Si $A \in M_n(\mathbb{K})$ est nilpotente, alors elle est semblable à une matrice triangulaire supérieure de diagonale nulle.