

Révisions et compléments sur les groupes

- Groupes, sous-groupes, groupes monogènes et cycliques.
- Opérations sur les groupes et sous-groupes : produit, intersection, sous-groupe engendré par une partie.
- Morphismes de groupes, images directes, réciproques, image et noyau (qui sont des sous-groupes)
- Construction du **groupe** $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, \overline{+})$. Générateurs de $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +)$, définition de $\varphi(n)$ - calcul de $\varphi(n)$ en admettant pour le moment $\varphi(mn) = \varphi(m)\varphi(n)$ si $m \wedge n = 1$.
- Groupes monogènes et isomorphisme avec \mathbb{Z} ou $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ (description de $\langle x \rangle$). Ordre d'un élément.
- Théorème de Lagrange (au programme : l'ordre d'un élément divise l'ordre du groupe - démo dans le cas commutatif, hors programme : l'ordre d'un sous-groupe divise l'ordre du groupe).
- *compléments* : un sous-groupe d'un groupe cyclique est cyclique. Si G est cyclique d'ordre n et $d|n$, il existe un unique sous-groupe cyclique d'ordre d (celui engendré entre autre par $x^{n/d}$ si x est un générateur de G). Relation $n = \sum_{d|n} \varphi(d)$. Ordre de x^k dans un groupe cyclique engendré par x .

Semaine précédente : Théorème de convergence dominée et applications

- Théorème de convergence dominée (pas de démonstration) - diverses utilisations (cas d'un intervalle mobile, recherche d'équivalents de suites d'intégrales).
- Intégrale dépendant d'un paramètre : étude de fonctions $x \mapsto \int_I h(x, t) dt$: théorèmes de continuité, classe \mathcal{C}^1 et \mathcal{C}^k (domination sur la dernière dérivée).

Questions de cours

- 1/ Morphisme de groupes. L'image directe ou réciproque d'un sous-groupe est un sous-groupe.
- 2/ Théorème de Lagrange (sur l'ordre d'un élément). Démonstration dans le cas commutatif.
- 3/ Description d'un groupe monogène et isomorphisme avec \mathbb{Z} ou $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.
- 4/ Un sous-groupe d'un groupe cyclique est encore cyclique.
- 5/ Théorème de continuité d'une intégrale dépendant d'un paramètre.
- 6/ Théorème de dérivation d'une intégrale dépendant d'un paramètre.
- 7/ Étude de la fonction Γ (définition, continuité, dérivée, relation fonctionnelle)